৩৬ তম বিসিএস পরীক্ষার্থীদের জন্য গণিত বিষয়ের গুরুত্বপূর্ণ দুটি অধ্যায় "বিন্যাস ও সমাবেশ" নিয়ে বিস্তারিত আলোচনা করা হল। মনযোগ দিয়ে ২/৩ ঘন্টা পড়লে বিসিএস এ পারবেন এবং পরবর্তীতে যে কোন পরীক্ষায় আসলে নিজে নিজেই পারবেন।

যারা মানবিক বিভাগ থেকে পড়ালেখা করেছেন তাদের কাছে এই অধ্যায় দুটো অনেক কঠিন মনে হয়। কিন্তু বুঝে বুঝে করলে অনেক সহজেই পারা সম্ভব। এখানে এমনভাবে লেখা হয়েছে যাতে পূর্ববর্তী কোন আইডিয়া ছাড়াই নিজে নিজে সমাধান করতে পারেন।

অধ্যায় দুটির উৎস হল "আমার লেখা " Khairul's Basic Math"

বইটির দ্বিতীয় সংস্করণে আরো বিস্তারিত আলোচনা..সমাধান,,মডেল টেস্ট সহ সংযোজনের কাজ চলছে। সময়ের সল্পতার কারনে প্রথম সংস্করণ টিই একটু ইডিট করে সবার সাহায্যার্থে দিয়ে দিলাম। নিজে শিখুন অন্যকে শিখতে সহযোগীতা করুন।

সময়ের স্বল্পতার কারণে সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ বিষয় : ভিডিও তৈরী করা হয় নি। পরবর্তীতে ভিডিও তৈরী করে সবার সাথে শেয়ার করবো। সাথেই থাকুন।

বিন্যাস (Permutation)

বিসিএস এর নতুন সিলেবাসে নতুনভাবে এই অধ্যায়টি যুক্ত হওয়ায় অনেকেরই এই অধ্যায়টি ভালোভাবে বুঝতে সমস্যা হয়।

এখানে খুব সহজভাবে বাস্তবতার সাথে মিলিয়ে এই অধ্যায়টি এমনভাবে আলোচনা করা হয়েছে, যে কেউ শেষ পর্যন্ত বুঝে বুঝে পড়লে আশা করি নিজে থেকেই বিন্যাস সংক্রান্ত সব প্রশ্নের উত্তর দিতে পারবেন।

♦(Permutation) কি?

কতগুলি বস্তু থেকে কয়েকটি বা সবকটি অথবা নির্দিষ্ট কয়েকটি প্রতিবারে নিয়ে যত ভাবে সাজানো যায় তাদের প্রত্যেকটিকে এক একটি বিন্যাস বলে।

উদাহরণ: মনে করি A, B, C, তিনটি বর্ণ। একসাথে সবকটি বর্ণ নিয়ে সাজানো যায়।
ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA মোট ৬ ভাবে। যাদের প্রতিটিকে এক একটি বিন্যাস বলে।

সুতরাং উপরোক্ত উদাহরণ থেকে বুঝা যায় সবকটি ঘটনাই এক একটি বিন্যাস বা সাজানোর ব্যবস্থা তাহলে মোট সাজানোর ব্যবস্থা হলো ৬ টি।

উদাহরণ: মনে করি A,B,C তিনটি বর্ণ। একসাথে দুইটি বর্ণ করে নিয়ে সাজানো যায়। AB, BA, AC, CA, BC, CB।

♦বাস্তবে প্রয়োগঃ

ছাত্র-ছাত্রীদের রোল নম্বর, গাড়ীর লাইসেন্স, মোবাইল নম্বর, ভোটার আইডি কার্ডের নম্বর ০ থেকে ৯ পর্যন্ত ১০ টি ডিজিট নিয়েই কোটি কোটি সংখ্যা বানানো হয়, যার একটি সাথে অন্য কোনটির মিল নেই।

♣বিন্যাসের সুত্রঃ

n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হতে প্রতিবারে r সংখ্যক বস্তু নিয়ে মোট সাজানোর ব্যবস্থা

$$^{n}p_{r} = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \text{কথায় : } {}^{n}p_{r} = \frac{\text{উপ রেরটা ফ্যা±ারিয়াল}}{(\text{উপ রের - নি চের })\text{ফ্যা কটারিয়াল}}$$

❖সুত্রের ব্যাখ্যাঃ এখানে n! অর্থ হলো n এর সাথে তার নিচের সকল ক্রমিক সংখ্যার গুণফল। যেমনঃ
ধরি n এর মান 5 এবং r এর মান 2। তাহলে মানগুলো বসিয়ে সুত্রটি নিম্নোক্ত নিয়মে ব্যাবহার করতে হবে,

$^{5}p_{2} = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times1} = 20$ অথবা $\frac{5!}{3!} = \frac{5\times4\times3!}{3!} =$ এখন উপরের ও নিচের 3! কে কেটে দিলে শুধু 5×4 থাকে =20

বিঃদ্রঃ এক্ষেত্রে মনে রাখতে হবে ঘটনাগুলি পুনরাবৃত্তি হবে না এবং n এবং r অবশ্যই আলাদা মান বহন করবে।

♦Factorial কী ও কেন?

Factorial (!) হচ্ছে কোন ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার গুণন বিধি যা ১ করে কমে ক্রমান্বয়ে গুন হয়ে ১ পর্যন্ত হবে। যেমন, ২! = ২×১, ৩! = ৩×২×১, ৪! = ৪×৩×২×১ ইত্যাদি। Permutation ও Combination এ গুণন বিধিই সমস্যা সমাধানের মৌলিক কৌশল। এটাতে ১ করে কমে যায়? দেখা যাক, A,B,C থেকে ৩টি উপাদান নিয়ে বিন্যাস করতে প্রথমে A, B, C তিনটিই নেয়া যায়। কিন্তু পরে ১টি option কমে যায়।

এখানে, প্রথমে A, B, C তিনটি option নেয়া যায়। পরে A এর জন্য দুটি (B,C), B এর জন্য (C,A), C এর জন্য (A,B) এভাবে দুটি করে option থাকে। তাই ৩×২ এর পর আর একটি করে মাত্র option থাকে। কেননা, AB এর জন্য C ছাড়া আর কেউ নেই। BC এর জন্য A ছাড়া আর নেই। কারণ, ৩ বর্ণের দুটিতো এসেই গেছে। এজন্য ৩×২×১
= ৬টি Permutation (বিন্যাস) সম্ভব|

#আমরা এ অংশে বিভিন্ন ধরনের Permutation নিয়ে আলোচনা করবোঃ

♦যখন সব উপাদান ভিন্নঃ যখন সব উপাদান ভিন্ন তখন Permutation দুটি বিষয়ের উপর নির্ভর করে। ১. এর উপাদান সংখ্যা ও ২. কত উপাদান নিতে হবে। এক্ষেত্রে উপাদান সংখ্যা n(মোট উপাদানকে n দ্বারা প্রকাশ করা হয়) এবং r সংখ্যক উপাদান নিতে হলে, বিন্যাস সংখ্যা $^{n}P_{r}$ যা ব্যাখ্যা করে দাঁড়ায় n, ১ করে কমে r ধাপ পর্যন্ত। আমরা Permutation ও Combination দু'ক্ষেত্রেই ধাপ কে মুখ্য বিবেচ্য বিষয় রাখবো যা সমস্যা সমাধান অনেক সহজ করবে। একটি উদাহরণ দেয়া যাক।

১, ২, ৩, ৪, এ চারটি সংখ্যা থেকে ৪ অংকের কতগুলি সংখ্যা গঠন সম্ভব?

এক্ষেত্রে যেহেতু সংখ্যা ৪ অংকের (৪ উপাদান নিতে হবে বলে) সেহেতু এদের ধাপে ধাপে ৪ ধাপ পর্যন্ত সাজাতে হবে। এখানে যা হবে, $^{8}p_{8}$ = ৪! বা ৪ × ৩ × ২ × ১

কিন্তু যদি বলে ২ অঙ্কের কতগুলি সংখ্যা গঠন সম্ভব? তখন পর পর বা ধাপে দুটি option নিতে হবে যা হবে $^{8}p_{২} = ৪ \times ৩$, অতএব এটি দু'ধাপ পর্যন্ত। কারণ প্রথমে ৪টি অঙ্ক নেয়ার পর (দশক স্থানে), একক স্থানে প্রতিটি সংখ্যার জন্য ৩টি করে option থাকবে।

♦**যখন কিছু উপাদান ভিন্ন:** আমরা এতক্ষনে জানি, n সংখ্যক ভিন্ন উপাদান নিজেদের মধ্যে n! উপায়ে বিন্যস্ত হয়। ২টি ভিন্ন উপাদানের জন্য ২×১, ৩টি ভিন্ন উপাদানের জন্য ৩×২×১---- এভাবে। কারণ, প্রথম ধাপের পর প্রতি ধাপে ১টি করে option কমতে থাকে।

♦**যখন পুনরাবৃত্তি ঘটে:**

সাধারণত Permutation এ repetition allowed নয়। কিন্তু কিছু সমস্যার ক্ষেত্রে repetition হতে পারে। এক্ষেত্রে ধরি, n সংখ্যক ভিন্ন বস্তু থেকে r সংখ্যক স্থান পূরণ করতে হবে। এক্ষেত্রে ১ম স্থান n প্রকারে পূরণ করা যাবে। কারণ repetition চলবে। এভাবে ৩য় স্থানটিও n প্রকারে পূরণ করা যাবে। $\therefore$ r সংখ্যক স্থান n^r প্রকারে পূরণ করা যাবে। যেমন, পুনরাবৃত্তি করে A, B, C তিনটি উপাদান থেকে কয়ভাবে ২টি উপাদান নেয়া যাবে? এখানে, সকল বিন্যাস হবে এরূপ, AA, AB, AC, BA, BB, BC, CA, CB, CC, 9টি। কেননা প্রতি ক্ষেত্রেই প্রতি ধাপে আগের সব options থেকে যায়। $\therefore$ এক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা $n^r = 3^2 = 9$। অর্থাৎ এক বর্ণ রিপিট করা গেলে এভাবে।

বি:দ্র: এখানে পুনরাবৃত্তি ঘটেনাই তাই এইসূত্র প্রয়োগ করা হয়েছে।

#পূণরাবৃত্তির সূত্র:

n সংখ্যক বস্তর সবকটি একেবারে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে যখন p সংখ্যক বস্তু এক প্রকার q সংখ্যক দ্বিতীয় প্রকার r সংখ্যক তৃতীয় প্রকার এবং বাকী বস্তুগুলি ভিন্ন ভিন্ন

যেহেতু মোট সাজানোর সংখ্যা হবে = $\dfrac{n!}{p!q!r!}$

প্রশ্ন: বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় কর?

৭.2, 3, 4, 5, 6, 7, ও 8 এই অঙ্কগুলির প্রত্যেকটিকে প্রত্যেকের সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে চার অঙ্কের কতগুলি পৃথক সংখ্যা গঠন করা যেতে পারে।

সমাধান: মোট সংখ্যা n = 7 , নিতে হবে 4 টি করে i e r = 4

মোট সাজানোর ব্যবস্থা

$$^{n}p_{r} = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} = \frac{7\times4\times5\times4\times3!}{3!} = 7\times6\times5\times4 = 840 \text{ (ans):}$$

আবার, $^{n}p_{r} = \dfrac{n!}{(n-r)!} = \dfrac{8!}{(8-3)!} = \dfrac{8!}{5!} = \dfrac{8\times7\times6\times5!}{5!} = 336$

পদ্ধতি-১: সাধারণ বিন্যাস

কিছু প্রশ্ন আছে যেগুলো বিন্যাসের সুত্র ছাড়াই মুখে মুখে করা যায়। যেমন:

১.শাহাবাগ থেকে ফার্মগেটের তিনটি ভিন্ন রাস্তা আছে, আবার ফার্মগেট থেকে বনানীর ৪টি ভিন্ন রাস্তা আছে। শাহবাগ থেকে ফার্মগেট হয়ে বনানী যাবার কয়টি ভিন্ন রাস্তা আছে?

◆**সমাধান:** ৩×৪ = **১২টি** [**ব্যাখ্যা:** কারণ প্রথমবার অর্ধেক রাস্তা এক পাশ দিয়ে গিয়ে বাকী অর্ধেক অন্য পাশে দিয়ে গেলে এভাবে মোট ভিন্ন ভিন্ন রাস্তার সংখ্যা হবে **১২**টি]

২.ঢাকা হতে বরিশাল যাবার পথ ৩টি এবং বরিশাল হতে খুলনা যাবার পথ ৫টি হলে, কত উপায়ে ঢাকা হতে খুলনায় যাওয়া যাবে?

◆**সমাধান:** ঢাকা হতে খুলনায় যেতে পারবে = ৩ × ৫ =১৫

৩.একটি শ্রেণিকক্ষে ৩টি দরজা আছে। কতভাবে একজন শিক্ষক কক্ষে ঢুকতে ও বের হতে পারবেন? ৯

◆**ব্যাখ্যা:** যেহেতু তিনটি দিয়ে ঢুকবে তাহেল ঐ তিনিটির ভিন্ন ভিন্নটি দিয়ে বের হতে পারবে এবং ঢোকার সময় ও ভিন্ন ভিন্ন দরজা দিয়ে ঢুকবে। তাই মোট ৩×৩ = ৯ ভাবে ঢুকতে ও বের হতে পারবেন।

৪.একটি শ্রেণিকক্ষে ৩টি দরজা আছে। কতভাবে একজন শিক্ষক এক দরজা দিয়ে ঢুকে অন্য দরজা দিয়ে বের হতে পারেন? ৬

◆**ব্যাখ্যা:** এখানে যেহেতু অন্য দরজা দিয়ে বের হওয়ার কথা বলা হয়েছে তাই যে দরজা দিয়ে ঢুকবে সে দরজা দিয়ে বের হওয়া যাবে না। একটি অপশন কমে যাওয়ায় উত্তরটি হবে ৩×২ = ৬টি।

৫.জাবীরের ৩টি ভিন্ন রঙের প্যান্ট ও ৩টি ভিন্ন রঙের শার্ট আছে। সে কতভাবে এক জোড়া প্যান্ট-শার্ট পছন্দ করতে পারে? ৯

৬.ঢাকা ও সিলেট রুটে প্রতিদিন ৫টি প্লেন চলাচল করে। উক্ত দুটি স্থানে যাতায়াত করা যাবে কত উপায়ে?

ব্যাখ্যা দুটি স্থানে যাতায়েত করার উপায় = ৫.(৫-১) = ৫.৪ = ২০ উপায়ে Ans.20 {কারণ যে প্লেনে যাবে সে প্লেনে আসবে না। এবং মোট প্লেন ৫টি। তাই একটি কমে গুণ করা হয়েছে}

পদ্ধতি-০২: বিভিন্ন শব্দের বিন্যাস

নিয়ম-১: সাধারন শব্দের বিন্যাস (যেখানে কোন বর্ণের পুণরাবৃত্তি না থাকলে)

১৫.n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হতে প্রতিবারে n সংখ্যক বস্তু [অর্থাৎ একসাথে সবকটি নিয়ে] মোট সাজানোর ব্যবস্থা।

সুত্র: ${}^{n}p_{r} = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ এই সূত্রটি ব্যবহার করবেন।$= \dfrac{n!}{0!} = \dfrac{n!}{1} = n!$ বি:দ্র: $0! = 1$ অর্থাৎ ০! = ১ হয়।

উদাহরণ:

১৬.A, B, C প্রতিবারে দুইটি বর্ণ একসাথে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় নির্ণয় কর। [পুনরাবৃত্তি না ঘটিয়ে]

◆**সমাধান:** এখানে মোট বর্ণ $n = 3$

দুইটি করে বর্ণএকসাথে নিতে হবে। যেমন: $r = 2$

$${}^{n}p_{r} = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3!}{1!} = \frac{3\times2\times1}{1} \; [\,3! = 3\times2\times1 = 6\,]$$

17.A, B, C প্রতিবারে তিনটি করে বর্ণএকসাথে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় নির্ণয় কর।

◆**সমাধান:** মোট বর্ণ $n = 3$

তিনটি বর্ণএকসাথে নিতে হবে যেমনঃ n = 3

$${}^{n}p_{r} = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{3!}{(3-3)!} = \frac{3!}{0!} = \frac{3\times2\times1}{1} = 6$$

♦**Shortcut:** যতগুলো বর্ণ থাকবে যদি সবগুলো নিতে বলে তাহলে কোন সুত্র না লিখে সরাসরি ঐ বর্ণগুলোর মোট সংখ্যার সাথে ! বা ফ্যাক্টেরিয়াল যোগ করে দিয়ে গুণ করলেই হয়ে যাবে। যেমনঃ

১৮.Table, শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যায়? {এভাবে বললে কোন শর্ত না থাকলে বুঝতে হবে সবগুলো বর্ণ নিতে হবে}

♦**সমাধানঃ** সরাসরি 5! = 5×4×3×2 = 120

১৯.A, B, C, D চারটি বর্ণ । বর্ণ চারটি হতে কোন পূনরাবৃত্তি না ঘটিয়ে তিনটি করে বর্ণনিয়ে সাজানোর ব্যবস্থা নির্ণয় কর।

♦**সমাধানঃ** মোট বর্ণ n = 4 প্রতিবারে নিতে হবে 3 টি বর্ণ r = 3 (এখানে কতটি বর্ণ নিতে হবে তা বলে দেয়া আছে)

মোট সাজানোর ব্যবস্থা

$${}^{n}p_{r} = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = \frac{4\times3\times2\times1}{1} = 24$$

২০.DAUGHTER শব্দটি দিয়ে কতগুলো ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করে যায় তা নির্ণয় করুনঃ

♦**সমাধানঃ**

মোট বর্ণ n = 8 নিতে হবে সবকটি = 8 {কারণ এখানে বলা হয়নি কতটি বর্ণ নিতে হবে}

মোট সাজানোর ব্যবস্থা

$${}^{n}p_{r} = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{8!}{(8-8)!} = \frac{8!}{0!} = \frac{8!}{1} = 8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1 = 40320$$

সংক্ষেপে 8! = 40320

নিজে করুনঃ

২১.প্রতিটি Letter একবার ব্যবহার করে ORANGE থেকে কতগুলি ৫ অক্ষরের শব্দ গঠন করা যায়? ৭২০ [$^{6}p_{5}$]

২২.প্রতিটি Letter একবার ব্যবহার করে Versity শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে?

কিছু গুরুত্বপূর্ণ ফ্যাক্টেরিয়াল সংখ্যার মান মুখস্ত রাখতে পারেনঃ যেমনঃ
0! = 1, 1! = 1, 2! = 2 3! = 6, 4! = 24, 5!= 120, 6! = 720, 7!= 5040

নিয়ম-২: কোন উপাদান একাধিকবার থাকলে, অর্থাৎ পুণরাবৃত্তি হলে,

n সংখ্যক উপাদান একই হলে এদের নিয়ে মাত্র ১টি বিন্যাস হয়। কারণ প্রতি ধাপেই ১টি মাত্র option থাকে। যেমন ২, ২, ২ নিয়ে তিন অঙ্কের একটিই অঙ্ক গঠন সম্ভব। কারণ, option এ ৩ ধাপে নিয়ে, ১×১×১।

সুত্রঃ $\frac{n!}{p!\times q!\times r!}$ (এখানে n হলো মোট উপাদান সংখ্যা, আর p, q, r, হলো একাধিকবার ব্যবহৃত উপাদান সংখ্যা)

কিছু উদাহরণ দেখে আরো ক্লিয়ার হওয়া যাবে। নিচের শব্দগুলোর বিন্যাস সংখ্যা বের করুন।

১) **AMERICA** 2) **CANADA** 3) **CALCUTTA**

মনে রাখবেন, এই সূত্র তখনই ব্যবহার করবেন যখন কোন সংখ্যা বা অক্ষর একের অধিক বার অবস্থান করবে।

♦**সমাধান:**

১) AMERICA শব্দটিতে মোট 7 টি বর্ণআছে যার মধ্যে A আছে 2 টি এবং বাকীগুলো স্বতন্ত্র নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা =

$$\frac{7!}{2!} = \frac{7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1} = 42\times20\times3 = 42\times60 = 2520 \text{ (ans)}$$

2) CANADA শব্দটিতে মোট অক্ষর আছে ৬ টি এর মধ্যে A আছে ৩ টি

সুতরাং নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{6!}{3!} = \frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times1} = 120$

3) **CALCUTTA শব্দটিতে মোট বর্ণআছে 8 টি যার মধ্যে A আছে 2 টি, C আছে 2 টি এবং T আছে 2 টি**

অতএব বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{8!}{2!2!2!}$

$$= \frac{8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1\times2\times1\times2\times1}$$

$$= \frac{8\times7\times6\times5\times4\times3}{4}$$

= 8×7×6×5×4×3 = 56×90 = 5040 (ans)

1.**CALCUTTA শব্দটির বর্ণগুলোকে একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা AMERICA শব্দটির বর্ণগুলো একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যার কত গুণ?** [35তম বিসিএস] ক

ক) 2 গ) 4

খ) 3 ঘ) 5

♦**সমাধান:**

AMERICA শব্দটিতে 7 টি বর্ণ আছে যাদের মধ্যে ২টি A রয়েছে। সবগুলো বর্ণ একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{7!}{2!}$

CALCUTTA শব্দটিতে ৮ টি বর্ণ আছে যাদের মধ্যে A, C ও T 2টি করে বিদ্যমান। সবগুলো বর্ণ একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{8!}{2!2!2!} = \frac{8\times7!}{2!2!2!} = \frac{8\times7!}{2\times2\times2!}$

$= 2\frac{7!}{2!} = 2\times$ AMERICA শব্দটির বর্ণগুলো একত্রে নিয়ে বিন্যাস = ক

অথবা দুটির আলাদা আলাদা উত্তর বের করে বড়টিকে ছোটটি দ্বারা ভাগ দিলেও উত্তর একই আসবে।

নিজে করুন:

21.১. “LEADER ” শব্দের বর্ণগুলিকে মোট কতভাবে বিন্যস্ত করা যায়? ৩৬০

22.“ DHAKA ” শব্দের বর্ণগুলিকে মোট কতভাবে বিন্যস্ত করা যায়?

23.“ RAJSHAHI ” শব্দের বর্ণগুলিকে মোট কতভাবে বিন্যস্ত করা যায়?

24.সবগুলি বর্ণ একবার নিয়ে committee শব্দটিকে কত রকমে সাজানো যায়? ৪৫৩৬০

25.“ Book ” শব্দের বর্ণগুলিকে মোট কতভাবে বিন্যস্ত করা যায়?

নিয়ম-৩: নির্দিষ্ট কোন উপাদান নির্দিষ্ট স্থানে অথবা পাশাপাশি রাখতে বললে

⇒নির্দিষ্ট স্থানে রাখতে বললে,

২৬.Apu শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি Vowel থাকে?৪

♦**সমাধান:** এখানে Apu শব্দটিতে মোট তিনটি বর্ণ আছে। আবার কোনটিই দুবার নেই। তাই এদের বিন্যাস সংখ্যা হবে। ৩! বা ৩×২ = ৬টি। এখন বাস্তবে ভাবুন। তিনটি অক্ষর দিয়ে যদি মোট ৬টি বিন্যাস করা যায়। তাহলে প্রতি ১ টি দিয়ে ৬÷৩ = ২টি করে বিন্যাস সাজানো যায়। আবার Apu শব্দটিতে যেহেতু দুটি স্বরবর্ণ যথা: A ও U দিয়ে মোট বিন্যাস হবে ২×২ = ৪টি। যেমন: Apu, Aup, upa, uap তাই উত্তর: ৪। কিন্তু এই প্রশ্নটিতেই যদি বলা হত প্রথমে **Vowel** থাকবে না এরকম বিন্যাস সংখ্যা কয়টি হবে? তখন উত্তর হত ২টি যে দুটি P দিয়ে শুরু হয়। যেমন: pau, pua.

◈নিজে করুন:

২৭.Cap শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে?২

২৮.Nokia’ শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যাদের শুরুতে Consonant থাকে? (উল্টো) Nokia শব্দটিতে মোট ৫টি বর্ণ আছে তাই ৫! = ১২০ ভাবে সাজানো যায়। তাহলে ৫ অক্ষরের প্রতিটি দিয়ে সাজানো যাবে ১২০÷৫ = ২৪টি করে। এখন Nokia শব্দটিতে যেহেতু দুটি Consonant আছে, তাই Consonant দিয়ে শুরু হবে মোট ২৪×২ = ৪৮টি বিন্যাস। উত্তর: ৪৮টি।

(বড় বড় বিন্যাস আসলেও নিয়ম একই)

◈নিজে করুন:

২৯.Courage’ শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে? = খ ক) ১৭২০ খ) ২৮৮০ গ) ৩৬৪০ ঘ) কোনটিই নয় (মোট বিন্যাস বের করে ৭দিয়ে ভাগ দিয়ে ৪দিয়ে গুণ)

দ্রুত ফ্যাক্টেরিয়াল এর কাটাকটি করার জন্য নিচের উদাহরণ দেখুন।

$\frac{6!}{3!} = \frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times1}$ এভাবে প্রতিটি সংখ্যা লিখতে অনেক সময় লাগবে তাই দ্রুত কাটাকটি করতে এভাবে লিখে কাটাকাটি করুন $\frac{6!}{3!} = \frac{6\times5\times4\times3!}{3!}$ [নিচের 3! কে না ভেঙ্গে রেখে দিন। এবং উপরের 6! কে 3! পর্যন্ত ভাঙ্গুন। এখন নিচের 3! এবং উপরের 3! কেটে দিয়ে অবশিষ্টগুলো গুন করুন। সময় বাঁচবে। =120 ই আসবে।] এভাবে উপরে নিচে বড় বড় ফ্যাক্টেরিয়াল আসলে একটি মিলিয়ে কেটে দিয়ে অন্যগুলো গুণ করুন।

⇒পাশাপাশি রাখতে বললে,

৩০.SCIENCE শব্দটির স্বরবর্নগুলোকে একত্রে রেখে সব কয়টি বর্ণকে সম্ভব্য যত উপায়ে সাজানো যায় তার সংখ্যা নির্ণয় কর।

[কতগুলো বর্ণএকত্রে রেখে অথবা পৃথক না রেখে করার নিয়ম]

১)যারা একত্রে থাকবে তাদেরকে একটি বর্ণ বিবেচনা করে প্রাপ্ত বর্ণ বা বস্তুকে বিন্যাস করতে হবে।

২) যারাএকত্রে থাকবে না তাদের বিন্যাস্ত করতে হবে।

১) ও ২) নং এর প্রাপ্ত বিন্যাস সংখ্যার গুনফল হবে নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা

♦**সমাধান:** SCIENCE শব্দটিতে বর্ণসংখ্যা ৭ টি
স্বরবর্ণতিনটিকে একত্রে রেখে একটি বর্ণবিবেচনা করলে অর্থাৎ SCNC (EEI) বর্ণসংখ্যা হবে ৫টি (কারণ প্রশ্নে স্বরবর্ণগুলোকে একত্রে রাখতে বলা হয়েছে, তাই এরা যেখানেই বসু এক সাথে বসবে।)
$\therefore$ SCNC (EEI) এর সাজানোর সংখ্যা = মোট ৫টি বর্ণ যেখানে দুটি C

$$=\frac{5!}{2!}=\frac{5\times4\times3\times2\times1}{2\times1}=60$$

আবার (EEI) এর বিন্যাস সংখ্যা $=\frac{3!}{2!}$ [যেহেতু E = 2 টি]= $\frac{3\times2\times1}{2\times1}=3$ {যুক্তি, তিনটি স্বরবর্ণ পাশাপাশি রাখলেই হল, তাই এই স্বরবর্ণ গুলো EEI , EIE , অথবা IEE, এভাবে আসলেও শর্ত পূরণ হবে। এজন্য দুবার বিন্যাস করতে হল। }
অতএব নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= 60 \times 3 = 180$

◈**নিজে করুন:**

৩১.Vowel গুলি একসাথে রেখে কতভাবে Problem শব্দটি বিন্যাস করা যাবে? [**Help:** Prblm(oe) = 6! শেষে 2! গুণ] ১৪৪০

৩২.Vowel গুলি একসাথে রেখে Acclaim শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে? [**Help:** cclm (aai) =5! বাকীটা নিজে করুন] ১৮০

৩৩.Parallel শব্দটির Vowel গুলিকে একত্রে রেখে মোট বিন্যাস সংখ্যা কত হবে? ৩৬০

৩৪.Vowel গুলি পাশাপাশি না রেখে 'Triangle' শব্দটির অক্ষরগুলো কতভাবে সাজানো যাবে? ৩৬০০০

♦**সমাধান:**
Triangle শব্দটির স্বরবর্ণ ৩টি iae কে একটি বর্ণ ধরে, বাকী ৫টি consonant সহ ৬টি অক্ষর trngl (iae) ধরে ৬! প্রকারে বা ৭২০ ভাবে সাজানো যায়। আবার শুধু Vowel গুলোকে সাজানো যায় ৩! রকমে বা ৩×২ = ৬ ভাবে ।
তাহলে vowel গুলোকে পাশাপাশি রেখে মোট সাজানোর সংখ্যা হবে ৭২০×৬ = ৪৩২০ রকমে ।
$\therefore$ এক্ষেত্রে মোট বিন্যাস সংখ্যা হল ৪৩২০। এটা হল পাশাপাশি রেখে উত্তর: কিন্তু প্রশ্নে বলা হয়েছে পাশাপাশি না রেখে তাই

আবার, Triangle এ ৮টি ভিন্ন বর্ণ আছে যাদের ৮! = ৮ × ৭ × ৬ × ৫ × ৪ × ৩ × ২ × = ৪০৩২০ রকমে সাজানো যায়। এই ৪০৩২০ এর মধ্যে পাশাপাশি রেখে , না রেখে সব ধরণের বিন্যাস আছে।

এখান থেকে বুঝে নিন যে Triangle শব্দটিকে মোট ৪০৩২০ ভাবে সাজানো যায়, যার মধ্য থেকে Vowel গুলোকে পাশাপাশি রেখে মোট সাজানোর সংখ্যা ৪৩২০। তাহলে Vowel গুলোকে পাশাপাশি না রেখে সাজানোর সংখ্যা হবে ৪০৩২০ - ৪৩২০ = ৩৬০০০। উত্তর: ৩৬০০০

৩৫.Mathematics শব্দটির বর্ণগুলিকে সাজিয়ে এদের কতটিতে Vowel একত্রে থাকবে? ১২০৯৬০

পদ্ধতি-০৩: বিভিন্ন সংখ্যার বিন্যাস

বি.দ্র: উপরের নিয়মগুলির মতই। পুনরাবৃত্তি ঘটলে পুনরাবৃত্তির সূত্র প্রয়োগ করে করতে হবে, আর পুনরাবৃত্তি না ঘটলে সাধারণ নিয়মে করতে হবে।

৩৬. ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬ অঙ্কগুলো প্রতিটি এবার নিয়ে ৪ অঙ্কের কতগুলি ভিন্ন সংখ্যা হবে? ৩৬০

♦**সমাধান:** সাধারণ নিয়মের মতই $^{n}P_{r} = {}^{৬}P_{৪} = = \frac{৬!}{(৬-৪)!} = \frac{৬\times৫\times৪\times৩\times২}{২!} = 360$

◈নিজে করুন:

৩৭.প্রত্যেকটি অংক কেবল একবার করে ব্যবহার করে ১,২,৩ দ্বারা কতগুলো দুই অংক বিশিষ্ট সংখ্যা গঠন করা যায়?

$^{৩}\mathbf{P}_{২}$ =৬টি

৩৮.৩, ৩, ৪, ৪, ৪, ৫ সংখ্যাগুলো দিয়ে ৬ অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো ভিন্ন সংখ্যা গঠন করা যাবে? ৬০

সমাধান: ৩, ৩, ৪, ৪, ৫, ৫ সংখ্যাগুলিতে ২ করে করে ৩, ৪, ৫ আছে।

$\therefore$ এক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{n!}{p!q!r!}$ [এখানে n হচ্ছে মোট এবং p, q এবং r হচ্ছে পুনরাবৃত্ত সংখ্যা]

$= \frac{৬!}{২!\times২!\times২!} = \frac{৬\times৫\times৪\times৩\times২}{২\times২\times২} = ৯০$

৩৯.৩, ৩, ৪, ৪, ৫, ৫ সংখ্যাগুলি দিয়ে ৬ অঙ্কের কতগুলি ভিন্ন সংখ্যা গঠন করা যায়? ৯০

৪০.১, ২, ৩, ৪, ৫ অঙ্কগুলির প্রতিটিকে যে কোন সংখ্যক বার নিয়ে ৩ অঙ্কের কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যাবে? ১২৫

সমাধান: যে কোন সংখ্যক বার অর্থ প্রতিবারই **১** নিয়ে ৩ অংকের সংখ্যা হবে **১১১** অর্থাৎ এখানে রিপিট করা যাবে।

সুত্র: এরকম পুনরাবৃত্তি করা গেলে (মোট উপাদান)$^{\text{যতবার নেয়া যাবে}}$ এখানে মোট উপাদান ১,২,৩,৪ ও ৫ = ৫টি এবং সংখ্যা বানাতে হবে ৩ অংকের । তাই উত্তর হবে $৫^{৩}$ = ১২৫টি (যেমন: ১২৩,১১২,১১১, এরকম ১ দিয়ে ২৫টি সহ প্রতিটি সংখ্যা দিয়ে ২৫ টি করে মোট ১২৫ টি)

আরেকটি দেখুন:

৪১.৫, ৫, ৬, ৬, ৭, ৭ সংখ্যাগুলি থেকে ৩ অংকের কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যাবে? ২৪

#সমাধান:

এখানে যে কোন সংখ্যা ইচ্ছামত নেয়া যাবে না । তবে প্রশ্নে প্রদত্ত সংখ্যাগুলোকেই শুধু ব্যবহার করা যাবে, যেখানে মোট ৬টি সংখ্যা দেয়া থাকলেও আসলে সংখ্যা (উপদান) মোট ৩টি এবং প্রতিটি ২ বার করে আছে। তাই আমরা লিখতে পারি, ৩টি উপাদান দিয়ে ৩অংকের সংখ্যা বানাতে হলে লিখতে হবে $৩^{৩}$ = ২৭টি । কিন্তু লক্ষ্য করুন ৩টি উপদান কিন্তু ইচ্ছে মত রিপিট করা যাবে না। বরং যে কয়টি সংখ্যা দেয়া আছে তা থেকেই নিতে হবে। এখানে ৫, ৬ এবং ৭ আছে ২টি করে। কিন্তু ২৭টি সংখ্যার মধ্যে এমন ৩টি সংখ্যা আছে যেখানে ৫৫৫, ৬৬৬, এবং ৭৭৭ আছে যেগুলো নেয়া যাবে না। কারণ প্রশ্নে ৩টি করে সংখ্যা দেয়া নেই । তাই এই ৩টি বাদ দিলে মোট সংখ্যা হবে ২৭-৩ = ২৪টি ।

৪২.প্রতিটি অঙ্ক একবার ব্যবহার করে ৪, ৩, ২, ১, ০ অঙ্কগুলি দ্বারা ৫ অঙ্কের কতগুলি বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যাবে? ৩৬

#সমাধান:

এখানে ৫টি সংখ্যা আছে এবং প্রতিটি ১ বার করে নিতে হবে,, তাই ৫টি সংখ্যা কে সাজানো যায় ৫! বা ১২০ ভাবে। যাদের মধ্যে প্রতিটি সংখ্যা দিয়ে শুরু ও শেষ হবে ১২০÷৫ = ২৪টি

এখানে শর্ত দুটি: ১. সংখ্যাগুলো ৫ অংক বিশিষ্ট হতে হবে ২. সংখ্যাগুলো বেজোড় হতে হবে। (১ ও ৩ দিয়ে শেষ হতে হবে)

মোট বেজোড় সংখ্যা: যে সংখ্যাগুলোর শেষে ১ ও ৩ থাকবে সেগুলোই বোজোড় তাই মোট বেজোড় ২৪+২৪ = ৪৮টি
কিন্তু এই ৪৮ টি বেজোড় সংখ্যার মধ্যে এমন কিছু সংখ্যা আছে যেগুলো ০ দিয়ে শুরু হয়েছে যা বোজোড় কিন্তু ৫ অংক বিশিষ্ট নয়। তাই ০ দ্বারা শুর বেজোড় সংখ্যাগুলো বাদ দিতে হবে।

এখন ০ দিয়ে শুর হওয়া মোট সংখ্যা ১২০÷৫ = ২৪টি ।

০ দ্বারা যে সংখ্যাগুলো শুরু হয়েছে সেগুলো শেষ হবে ১, ২, ৩, অথবা ৪ দিয়ে। অথাৎ ২৪÷৪ = ৬ (প্রতিটি দিয়ে ৬টি) এবং ১ ও ৩ দিয়ে শেষ হওয়া সংখ্যাগুলো বিজোড় তাই মোট বেজোড় ৬+৬ = ১২টি।

এখন এই ১২টি সংখ্যা মোট বেজোড় সংখ্যা ৪৮ থেকে বাদ দিতে হবে তাই উত্তর: ৪৮-১২ = ৩৬টি ।

উত্তরঃ ৩৬টি।

#গুরুত্বপূর্ণ শিক্ষনীয় বিষয়ঃ

=> ০ দ্বারা কোন সংখ্যা শুরু হয় না।

=> জোড় অথবা বেজোড় বের করতে বলা হলে শেষের সংখ্যা মেলাতে হবে।

=> মোট বিন্যাস সংখ্যাকে উপাদান সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে প্রতিটি উপাদান দিয়ে কতটি বিন্যাস শুরু ও শেষ হবে তা বের হয়ে।

পদ্ধতি-০৪: বৃত্তাকারে সাজানো

Note: **বৃত্তাকারে সাজাতে বললে, আগের সাধারণ নিয়মের মতই। সুত্রটিই প্রয়োগ করতে হবে,কিন্তু যখন বৃত্তাকারে বসানো হবে তখন শেষের লোকটি প্রথম লোকটির সাথে মিলে যাবে। তাই যত জনকে বৃত্তাকারে সাজাতে বলা হবে তত দিয়ে ঐ উত্তরটিকে ভাগ করতে হবে।**

যেমনঃ

৪৩.কতভাবে 4 জন লোক একটি বৃত্তাকার টেবিলের চারপাশে বসতে পারে? 6

$$\frac{^{n}p_{r}}{4} = \frac{^{4}p_{4}}{4} = \frac{4!}{4} = \frac{4\times3\times2}{4} = 6$$

৪৪.6 জনের দল থেকে কতভাবে 5 জন বৃত্তাকারভাবে দাঁড়াতে পারে? 144 [**Help:** $\frac{^{6}p_{5}}{5}$]

মডেল টেস্ট

(অধ্যায়ঃ বিন্যাস)

পূর্ণমানঃ ১০ **সময়ঃ ১০মিনিট**

১.Mobile শব্দটির বর্ণমালাগুলোকে কতভাবে সাজানো যায়?

ক.১০৫০ খ.৭২০ গ.১০৮০ ঘ.১৪৪০

২.SUCCESS শব্দের সব বর্ণ নিয়ে কতটি ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করা যাবে?

ক.১৫০ খ.৭২০ গ.৪২০ ঘ.৪৪০

৩.Vowel গুলি একসাথে রেখে Rajshahi শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে? (Science এর মতই)

ক.১০৫০ খ.৭২০ গ.১০৮০ ঘ.১৪৪০

৪.Vowel গুলি একসাথে রেখে কতভাবে trouble শব্দটি বিন্যাস করা যাবে?

ক.১০৫০ খ.৭২০ গ.১০৮০ ঘ.১৪৪০

৫.৩, ৩, ৪, ৪, ৪, ৫ সংখ্যাগুলো দিয়ে ৬ অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো ভিন্ন সংখ্যা গঠন করা যাবে?

ক.৫০ খ.২০ গ.৮০ ঘ.৬০

৬.৩, ৩, ৪, ৪, ৫, ৫ সংখ্যাগুলি দিয়ে ৬ অঙ্কের কতগুলি ভিন্ন সংখ্যা গঠন করা যায়?

ক.৯০ খ.১২০ গ.৮০ ঘ.৬০

৭.১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬ অঙ্কগুলো প্রতিটি একবার নিয়ে ৪ অঙ্কের কতগুলি ভিন্ন সংখ্যা হবে?
ক.১৫০ খ.৭২০ গ.১০৮ ঘ.৩৬০

৮.6 জনের দল থেকে কতভাবে 4 জন বৃত্তাকারভাবে একটি গোলটেবিল বৈঠক করতে পারবে?
ক.৮৫ খ.৯০ গ.১৪০ ঘ.৭০

৯.SCIENCE শব্দটির প্রত্যেকটি বর্ণ দিয়ে কত উপায়ে শব্দটিকে সাজানো যাবে?
ক) ১২৬০ খ) ১৬২০ গ) ১৬০২ ঘ) কোনটিই নয়

১০.Courage' শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে? ক) ১৭২০ খ) ২৮৮০ গ) ৩৬৪০ ঘ) কোনটিই নয়

উত্তরমালা:
মডেল টেস্ট-০১(বিন্যাস)

১. খ	২. গ	৩. গ	৪. খ	৫. ঘ	৬. ক	৭. ঘ	৮. খ	৯. ক	১০. খ

সমাবেশ (Combination)

♦সমাবেশ (Combination) কি?

সমাবেশ হলো কয়েকটি উপাদান থেকে প্রত্যেকবার নির্দিষ্ট কিছু উপাদান নিয়ে এক একটি দল গঠন করা। এখানে ধারাবাহিকতা পরিবর্তন হলেও দলের সংখ্যা একই থাকবে।

সমাবেশের সুত্র: $^{n}C_{r}= \dfrac{n!}{r!\times(n-r)!}$ (বিন্যাসের সুত্রের মতই শুধু অতিরিক্ত হিসেবে হরের সাথে $r!$ গুণ করতে হবে।

বিন্যাস বনাম সমাবেশ (Permutation Vs Combination)

Combination এর ক্ষেত্রে Order (**ধারাবাহিকতা**) কোন Factor নয়। কিন্তু Permutation এর ক্ষেত্রে ধারাবাহিকতা গুরুত্বপূর্ণ এবং Order এর পরিবর্তন হলে সংখ্যারও পরিবর্তন হবে। যেমন:

বিভিন্ন পরীক্ষার প্রশ্নে যখন এই দুটি অধ্যায় থেকে প্রশ্ন আসবে তখন লিখে দেয়া থাকবে না কোনটি বিন্যাস এবং কোনটি সমাবেশ হবে। ভালোভাবে পার্থক্য না জানলে একটার জায়গায় অন্যটির উত্তর করে ফেলতে পারেন। তাই এদের মধ্যকার পার্থক্যগুলো নিচে ছক আকারে তুলে ধরা হল।

বিন্যাস ও সমাবেশের মধ্যকার মৌলিক পার্থক্য (খুবই গুরুত্বপূর্ণ)

বিন্যাস (Permutation)	সমাবেশ (Combination)
বিন্যাস হলো কয়েকটি উপাদান থেকে প্রত্যেকবার নির্দিষ্ট কয়েকটি নিয়ে সাজানোর সংখ্যা । যেখানে ধারাবাহিকতার পরিবর্তন হলে নতুন বিন্যাস তৈরী হয়।	সমাবেশ হলো কয়েকটি উপাদান থেকে প্রত্যেকবার নির্দিষ্ট কিছু উপাদান নিয়ে এক একটি দল গঠন করা। এখানে ধারাবাহিকতা পরিবর্তন হলেও দলের সংখ্যা একই থাকবে।
উদাহরণ:AB কে বিন্যস্ত করা যায় AB, BA, এই 2 ভাবে, এক্ষেত্রে ধারাবাহিকতা পরিবর্তন হলে বিন্যাস সংখ্যা পরিবর্তন হবে।	কিন্তু AB এর কে নিয়ে একবার মাত্র সমাবেশ করা যায় তা হল, AB, AB দুজন মানুষ হলে দুজনে মিলে একটি দু, সদস্য বিশিষ্ট দল। ধারাবাহিকতা পরিবর্তন করলেও দু সদস্যের একটি দলই থাকবে।

আরেকটি উদাহরণ:ABC কে বিন্যস্ত করা যায় AB, BA, AC,CA,BC, ও CB এরুপ ৬ ভাবে । এক্ষেত্রে ধারাবাহিকতা পরিবর্তন হওয়ায় বিন্যাস সংখ্যা পরিবর্তন হবে।	কিন্তু ABC, এর মধ্য থেকে ২ জন করে নিয়ে সমাবেশ করা যাবে AB, AC, এবং BC এই তিনটি গ্রুপে। কিন্তু এক্ষেতে AB, কে BA বানালে নতুন সমাবেশ আসবে না। কেননা দুটো একই বিষয়।
বিন্যাসের সুত্র $^nP_r=\dfrac{\mathbf{n!}}{\mathbf{(n-r)!}}$ (বাম পাশে অতিরিক্ত r! নেই)	সমাবেশের সুত্র হলো $^nC_r=\dfrac{\mathbf{n!}}{\mathbf{r!\times(n-r)!}}$ (বাম পাশের অতিরিক্ত r! টি গুরুত্বপূর্ণ)
বিন্যাসের উত্তর বড় হয়	সমাবেশের উত্তর ছোট হয়।
সাধারণত বিভিন্ন বর্ণ দিয়ে সাজানোর অংকগুলো যেমন DHAKA, এবং বিভিন্ন সংখ্যার যে অংক গুলো আসবে যেমন: ২,৩,৪,৫ দিয়ে সংখ্যা গঠণ, এগুলো বিন্যাসের সুত্রানুযায়ী করতে হবে। কেননা, এগুলোর ক্ষেত্রে ধারাবাহিকতার পরিবর্তন হলেই এক একটি নতুন বিন্যাস তৈরী হবে। অর্থাৎ ২৫ কে ঘুরিয়ে লিখলে ৫২ হয়, যা নতুন বিন্যাস।	সাধারণত বিভিন্ন কমিটি, খেলার টিম, করমর্দন, খেলার মোট সংখ্যা বের করার ক্ষেত্রে সমাবেশের সুত্র প্রয়োগ করতে হবে। কেননা এক্ষেত্রে ধারাবাহিকতা পরিবর্তন হলেও সংখ্যার পরিবর্তন হবে না। যেমন: মি. A , মি. B এর সাথে করমর্দন করা মানেই মি. B ,মি. A এর সাথে করমর্দন করা। লোক দুজনকে যেদিকেই দেন একটিই করমর্দন হবে।
সমাবেশের ক্ষেত্রে বাংলাদেশ- ভারত আর ভারত -বাংলাদেশ এর খেলা অর্থ দুটি খেলা না বরং একটি খেলা।	

বিন্যাস সমাবেশের মধ্যে যেন উলোট পালোট লেগে না যায় তাই নিচে উদাহরণ দিয়ে বোঝানো হলো। মনযোগ দিয়ে পড়ুন।

♦খুব গুরুত্বপূর্ণ একটি বাস্তবসম্মত উদাহরণ:

♦বাংলাদেশ, ভারত ও পাকিস্তান একদলের সাথে আরেকদল একটি করে ম্যাচ খেললে মোট কতটি খেলা হবে? $^3C_2$ = ৩টি
যেমন:
১.বাংলাদেশ বনাম ভারত ২. বাংলাদেশ বনাম পাকিস্তান ৩. ভারত বনাম পাকিস্তান।

♦আবার বাংলাদেশ, ভারত, শ্রীলংকা ও পাকিস্তান একদল আরেকদলের সাথে একটি করে ম্যাচ খেললে মোট ম্যাচের সংখ্যা হবে $^4C_2=\frac{4!}{2!(4!-2!)}=\frac{4\times3\times2\times1}{2!\times2!}=\frac{4\times3\times2\times1}{2\times2}=6$ টি [সবসময় নিচে ২ বসবে কারণ একটি ম্যাচে দুটি দল আবশ্যক]

♣প্রমান দেখুন:
১. বাংলাদেশ বনাম ভারত
২. বাংলাদেশ বনাম শ্রীলংকা
৩. বাংলাদেশ বনাম পাকিস্তান
৪. ভারত বনাম শ্রীলংকা
৫. ভারত বনাম পাকিস্তান
৬. শ্রীলংকা বনাম পাকিস্তান

বিভিন্ন পদ্ধতির সমাবেশের প্রশ্ন

পদ্ধতি- ০১: দল গঠন ও করমর্দন

এই পদ্ধতিতে আমার শিখবো কিভাবে কয়েকজন খেলোয়ারের ভেতর থেকে কতভাবে একটি ক্রিকেট, ফুটবল,বাস্কেটবল অথবা যে কোন দল গঠন করা যা। সাথে সাথে কিভাবে এবং কতভাবে একটি দলের অধিনায়ক অথবা সহ অধিনায়ক নির্বাচিত করা যায়।

দল গঠনের সময় বিভিন্ন খেলোয়ারের নাম আগে অথবা পরে যখনই বলা হোক না কেন তারা একটি দলই বোঝাবে, তাই দল গঠনের অংক গুলো সমাবেশের সুত্রানুযায়ী করতে হয়।

১.১০ জন লোক প্রত্যেকে প্রত্যেরে সাথে করমর্দন করে। করমর্দন সংখ্যা কত? ৪৫

সমাধান:

যে কোন করমর্দণ অথবা কোলাকুলির অংকে শুধু কত জন লোক করমর্দন (Handshake) বা কোলাকুলি করলো তা দেয়া থাকবে। এক্ষেত্রে মনে রাখতে হবে যে প্রত্যেক বার করমর্দন বা কোলাকুলি করার সময় মোট ২ জন লোকের প্রয়োজন। তাই এক্ষেত্রে সুত্রটি হবে $^{n}C_{r} = {}^{\text{মোট লোক}}C_{\text{২জন সব সময়}}$

প্রদত্ত প্রশ্নটির সমাধান: $^{10}C_2 = \dfrac{10!}{2!(10-2)!} = \dfrac{10!}{2!8!} = \dfrac{10\times9\times8!}{2\times8!} = \dfrac{10\times9}{2} = 5\times9 = 45$ Ans:45

Shortcut Solution: এ ধরনের অংক খাতা কলম ছাড়াই মুখে মুখে করুন এভাবে >>>যত জনই দেয়া থাক তার আগের সংখ্যার সাথে ঐ সংখ্যাটি গুণ করে ২ দিয়ে ভাগ করলেই উত্তর বের হয়ে যাবে। নিচের গুলো করেই দেখুন, কয়েকটি করলে নিজেই বুঝতে পারবেন।

◆ **নিজে করুন:**

২.৩ জন ব্যক্তি থেকে কতভাবে ২ জনের দল গঠন করা যেতে পারে? $^{3}C_2$ ৩

৩.৬ জন লোক এক জন আরেকজনের সাথে করমর্দন করলে মোট করমর্দণের সংখ্যা কত? (**Help:** ৬×৫=৩০÷২ = ১৫টি)

৪.একটি ঈদগাহ ময়দানে মোট ১০০ জন মুসল্লি ছিল। নামায শেষে প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে কোলাকুলি করলে মোট কতটি কোলাকুলি সংঘঠিত হয়েছিশল? ৪৯৫০

➢উল্টোভাবে আসলে: অর্থাৎ হ্যান্ডশেকের সংখ্যা দেয়া থাকবে, মোট লোকের সংখ্যা বের করতে বলা হলে >>>
যেমন:

৫.একটি ইফতার পার্টিতে কয়েকজন বন্ধু উপস্থিত হল। তারা প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে করমর্দন করল। যদি মোট ২৮ টি করমর্দন হয়ে থাকে তাহলে ঐ পার্টিতে মোট কতজন উপস্থিত ছিল?

◆ **সমাধান:**

উপরের নিয়মটির ই উল্টো প্রয়োগ করুন এভাবে ভেবে ভেবে >>> সবার শেষে ২ দিয়ে ভাগ করায় ২৮ হয়েছে তাহলে ভাগ করার আগে ছিল ২৮×২ = ৫৬। এখন এই ৫৬ কে এমন ভাবে ভাঙ্গতে হবে যাতে পর পর দুটি সংখ্যা গুণ করলে ৫৬ হয়। সংখ্যা দুটি হল ৮×৭ = ৫৬। এখন বড় সংখ্যাটি ই হলো নির্ণেয় উপস্থিত লোকের সংখ্যা।

❖ **নিজে করুন:**

৬.একটি পার্টিতে কিছু লোক উপস্থিত ছিল। তারা প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে হ্যান্ডশেক করায় মোট ৬৬ টি হ্যান্ডশেক হলো। ঐ পার্টিতে মোট কত জন উপস্থিত ছিল?? ১২ (**Help:** 66×2 = 132 = 12×11)

উপরের এই নিয়মের প্রতিটি অংক উল্টোপাশে ভেবে ভেবে সমাধান করলে সহজে ভুলে যাবেন না।

৭.২০ সদস্যবিশিষ্ট একটি ফুটবল দল হতে একজন অধিনায়ক ও একজন সহ-অধিনায়ক কতভাবে নির্বাচন করা যাবে? ১৯০
যেহেতু ২০ জনের থেকে অধিনায়ক ও সহ-অধিনায়ক অর্থাৎ মোট ২ জন নিতে হবে, তাই সুত্রটি হবে:

$$^{20}C_2 = \frac{20!}{2!(20-2)!} = \frac{20\times19\times18!}{2!18!} = \frac{20\times19}{2} = 10\times9 = 90$$

♦ **শর্টকার্ট:** এত্তকিছু না লিখে খুব সহজে করতে চাইলে ২০ জন থেকে দুজন নিতে হবে তাই ২০ ও তার আগের সংখ্যা গুণ করে ২ দিয়ে ভাগ দিলেই ৯০ বের হয়ে যাবে, মুখে মুখে কয়েক সেকেন্ডে। কিন্তু আগে বুঝে নিন তারপর এভাবে চেষ্টা করুন।

৮.14 জন খেলোয়াড়ের মধ্যে থেকে নির্দিষ্ট একজন অধিনায়কসহ 11 জনের একটি ক্রিকেট দল কতভাবে বাছাই করা যাবে? [35তম বিসিএস] খ

ক) 728 গ) 364
খ) 286 ঘ) 1001

♦ **সমাধান:**
যেহেতু অধিনায়ককে বাদ দেয়া যাবে না, তাই অধিনায়ক সবসময় ফিক্সট বা নির্দিষ্ট। বাকী ১৩ জনের মধ্য থেকে ১০ জন বাছাই করতে হবে।

একজনকে অধিনায়ক হিসেবে বাছাই করার পর বাকি (14 - 1) বা 13 জন হতে (11 - 1) বা 10 জনকে বাছাই করে 11 জনের দল গঠনের উপায় = $^{13}C_{10} = \frac{13!}{10!(13-10)!} = \frac{13\times12\times11\times10!}{10!\times3!} = \frac{13\times12\times11}{3\times2\times1} = 286$

আবার এত সংখ্যা না লিখে সরাসরি এভাবে লিখা যায় $\frac{13\times12\times11}{3\times2\times1} = 286$ **কারণ ১৩ থেকে ১০ অর্থ তিনটি কম তাই উপরে ১৩ এর থেকে ১ করে কম তিনটি রাশি লিখার পর নিচে সমাবেশের জন্য অতিরিক্ত 3! দিয়ে ভাগ করতে হবে।**

ইংরেজীতে আসলেও নিয়ম একই শুধু অর্থ বুঝে করতে হবে। যেমন:

⇒If there are 20 boys , how many different basketball teams could be formed? there are 5 boys needed in each team. Answer : 15,504

♦ **Solution:**
Here, $^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ Here n = 20 and r = 5
So we can calculate it now by putting the value
$^{20}C_5 = \frac{20!}{5!(20-5)!} = \frac{20\times19\times18\times17\times16\times\cancel{15!}}{5!\times\cancel{15!}} = \frac{20\times19\times18\times17\times16}{120} = 15{,}504$

♠Solve youtselves:
৯.If 20 boys go out for football team, how many different teams may be formed, one at a time? = 167,960 [**Help:** Here the Combination is $^{20}C_{11}$=167960]

১০.In how many ways can a coach choose frist a football team and then a basketball team if 18 boys go out for either team? = 668 & 340

পদ্ধতি-০২: কমিটি বা সদস্য গঠন

কেন বিভিন্ন কমিটি গঠনের অংকগুলো সমাবেশের সুত্রানুযায়ী করতে হয়?

একটি কমিটিতে ৩ জন সদস্য থাকার অর্থ ৩ সদস্য বিশিষ্ট কমিটি। এখন যেভাবেই যাকেই আগে অথবা পরে দিন, কমিটি একই থাকবে। যেমন:

১০.৬ জন বালক ও ৪ জন বালিকা থেকে ৫ সদস্যবিশিষ্ট কমিটি করার কয়টি পথ আছে যেখানে ঠিক ২ জন বালিকা যাবে? ১২০

♦সমাধান:

বালিকা ২ জন থাকলে ৩ জন বালক থাকবে। তাহলে ৪ জন বালিকা থেকে ২ জন, এবং ৬ জন বালক থেকে ৩ জন নিয়ে কমিটির প্রকার =

$^4C_2 \times {}^6C_3 = \dfrac{4\times3}{2\times1}\times\dfrac{6\times5\times4}{3\times2\times1} = 120.$ **{ ভিন্ন ভিন্ন প্রকারে নেয়ার পর গুণ করতে হয়}**

◈নিজে করুন:

১১.একটি ক্লাবের ৮ জন পুরুষ ও ৮ জন মহিলা সদস্য আছেন। ৬ সদস্যের একটি কমিটি গঠন করতে হবে। যেখানে পুরুষ ও মহিলা সদস্য ৩ জন করে থাকবেন। কতভাবে এ কমিটি গঠন করা যায়? ৩১৩৬ [**Help:** $^8C_3 \times {}^8C_3 = 3136$]

১২.In how many ways can a subcommittee of 4 peosons be formed from amongst 4 women & 6 men so that are particular man is always included? a. 126 b. 504 c. 3024 d. 210 = b

♠Solution: ৬ জন পুরুষ থেকে ১ জন নিতেই হবে। অবশিষ্ট ৯ জন থেকে বাকী ৩ জন নিতে হবে

$\therefore$ উপকমিটি প্রকার $^6C_1 \times {}^9C_3 = 6\times\dfrac{9\times8\times7}{3\times2\times1}$ **[৯জনের থেকে ৩জন তাই বিয়োগ করে তিনটি উপাদান নেয় হয়েছে]**

$= 9\times8\times7 = 504$ উত্তর: ৫০৪ ভাবে।

১৩.একটি ক্লাবের ৮জন সদস্য আছে। ক্লাবটি যদি ৪ জনের কমিটি গঠন করতে চায়, তবে কতটি ভিন্ন ভিন্ন কমিটি গঠন করা যাবে? ৭০

১৪.৭ জন পুরুষ ও ৬ জন মহিলা থেকে ৫ জনের একটি কমিটি নির্বাচন করতে হবে। কমিটিতে অন্তত: ৩ জন পুরুষ থাকলে, কতভাবে এটি করা যাবে? ৭৫৬

♦সমাধান: অন্তত বলায় বুঝতে হবে এখানে ৩জন পুরুষ ই নির্দিষ্ট নয়। বরং সর্বনিম্ন ৩ জন, অথবা ৪, অথবা ৫ জনও পুরুষ থাকতে পারে।

তাই অংকটি করতে হবে এভাবে >>>>প্রথমে ৫ জনের মধ্য থেকে আলাদা আলাদা ভাবে {৩+২ অথবা ৪+১ অথবা ৫+০} বের করে সবগুলো যোগ করে দিতে হবে।

১৫.একজন পরীক্ষার্থীকে ১২ টি প্রশ্ন হতে ৬ টির উত্তর করতে হবে। প্রথম ৫টির ঠিক ৪টি প্রশ্ন বাছাই করে কত প্রকারে ৬টি প্রশ্ন উত্তর করা যাবে? ১০৫

১৬.৬টি ভিন্ন রঙের পতাকার একটি বা একাধিকটি একবার নিয়ে কতটি সংকেত দেয়া যাবে? ১৯৫৬টি

১টি নিলে বিন্যাস $^6C_1$
২টি নিলে বিন্যাস $^6C_2$
৩টি নিলে বিন্যাস $^6C_3$
৪টি নিলে বিন্যাস $^6C_4$
৫টি নিলে বিন্যাস $^6C_5$
৬টি নিলে বিন্যাস $^6C_6$
এভাবে প্রতিটি বের করে উত্তর গুলো যোগ করে দিলেই হয়ে যাবে।

গুরুত্বপূর্ণ শিক্ষণীয় বিষয়: কখন যোগ করতে হবে আর কখন গুণ করতে হবে?
যখন পুরুষ মহিলা মিলে একটিই দল হবে তখন তাদের ফলাফল দুটি গুণ করতে হবে।
কিন্তু যখন দুটি ভিন্ন ভিন্ন দল থাকবে তখন যোগ করতে হবে।

পরবর্তীতে সময় করে এ বিষয়ে বিস্তারিত লিখবো।

মডেল টেস্ট - ০১

(অধ্যায়: সমাবেশ)

পূর্ণমান: ১০ **সময়: ১০মিনিট**

১.৩ জন ব্যক্তি থেকে কতভাবে ২ জনের দল গঠন করা যেতে পারে?

ক.২ খ. ৩ গ.৫ ঘ.৬

২.৭ জন লোক প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে করমর্দন করে। করমর্দন সংখ্যা কত?

ক.২১ খ.২৩ গ. ২৫ ঘ.২৮

৩.একটি পার্টিতে কিছু লোক উপস্থিত ছিল। তারা প্রত্যেকে প্রত্যেকের সাথে হ্যান্ডশেক করায় মোট ৬৬ টি হ্যান্ডশেক হলো। ঐ পার্টিতে মোট কত জন উপস্থিত ছিল?? (এরকম উল্টোভাবেও আসতে পারে)

ক.১২ খ.১৫ গ.১৮ ঘ.১৯

৪.৬টি ভিন্ন রঙের পতাকার একটি বা একাধিকটি একবার নিয়ে কতটি সংকেত দেয়া যাবে?

ক.১২২৫ খ.১৫৫৬ গ.১৯৫৬ ঘ.কোনটিই নয়

৫.$^{n}c_r$= কত? ক) $\dfrac{n!}{(n-r)!\,r!}$ খ) $\dfrac{r}{(n-1)!}$ গ) $(r-1)!\,^{n}c_r$ ঘ) $\dfrac{n!}{(n-r)!}$

উত্তরমালা:

মডেল টেস্ট-০১ (সমাবেশ)

১. খ	২.ক	৩. ক	৪. গ	৫. ক	6.	7.	8.	9.	10.

ঈগল পাখি ও অসুস্থ্য কাক

একবার এক লোক পাহাড়ী এলাকায় বেড়াতে গেল।

ঘুরতে ঘুরতে হঠাত সে একটি কাক দেখলো যার দুটি ডানাই কাটা ছিল। কাকটির এ অবস্থা দেখে সে ভীষণ দুঃখ পেয়ে মনে মনে ভাবলো, এটা নিশ্চয়ই কোনো দুষ্ট ছেলের কাজ। সে মনে মনে বলতে লাগলো," হায় আল্লাহ! এই কাকটি এখন উড়বে কিভাবে? আর যদি সে তার খাবারই সংগ্রহ করতে না পারে তবে সে বাঁচবে কিভাবে"?

সে যখন এসব ভাবছিলো ঠিক তখনই সেখানে একটি ঈগল উড়ে এলো যার ঠোঁটে কিছু খাবার ছিলো। খাবারগুলো সে কাকের সামনে ফেললো এবং সেখান থেকে উড়ে চলে গেল।

এই দৃশ্য দেখে সেই লোকটি অত্যন্ত অবাক হয়ে গেল। সে ভাবলো, " যদি এভাবেই আল্লাহ তাঁর সৃষ্টিকে বাঁচিয়ে রাখেন তবে আমার এতো কষ্ট করে কাজ করার কি দরকার? আমি আজ থেকে কোনো কাজ করবো না, তিনিই আমাকে খাওয়াবেন।

সে কাজ করা একেবারে বন্ধ করে দিলো। কিন্তু দুই-তিন দিন পার হয়ে গেলেও সে কোথাও থেকে কোনো সাহায্য পেল না। এর

কারণ জানতে সে একজন জ্ঞানী লোকের কাছে গেল।

জ্ঞানী লোকটি সবকিছু শোনার পর বললেন, " তুমি তো দুটি পাখিই দেখেছিলে। একটি সেই আহত কাক, আরেকটা সেই ঈগল। কিন্তু তুমি কেন সেই কাকটির মত হতে চাইলে? কেন তুমি সেই ঈগলটির মত হতে চাইলে না? যে নিজের খাবারতো যোগাড় করেই, সাথে যারা না খেয়ে আছে তাদের মুখে খাবার তুলে দেয়"? পরে অবশ্য লোকটি তার ভুল বুঝতে পেরে ঈগল হওয়ার প্রত্যাশায় কাজ করতে শুরু করেছিল।

♣শিক্ষা:

গল্পের ঐ লোকটির মতই আমাদের চারপাশে অনেকেই আছে যারা অন্যের উপর নির্ভরশীল হয়ে বেঁচে থাকতে চায়। দুটি কাজের মধ্যে সহজ কাজটি করার জন্যে তারা নিজেদের মতো করে একটি অজুহাত তৈরী করে নেয়। এরা মানুষের জন্য তো দূরের কথা, নিজের জন্যও কিছু করতে পারে না। এরা অলস, এরা সমাজের জন্য কল্যাণকরতো নয়ই বরং বোঝা স্বরুপ।

(সংগৃহীত)